Semaine 18 - du 3 au 7 mars

Endomorphismes autoadjoints, théorème spectral et fonctions vectorielles

Endomorphismes autoadjoints

Définition d'un endomorphisme autoadjoint (ou symétrique). Espace $\mathscr{S}(E)$.
Un projecteur est symétrique si et seulement s'il est orthogonal
Si $\mathscr{B}$ est une base orthonormée, u est symétrique si et seulement si $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(u)$ est symétrique.
Dimension de $\mathscr{S}(E)$.
Théorème spectral : Tout endomorphisme symétrique est diagonalisable en base orthonormale.
Théorème spectral : écriture matricielle

Endomorphismes autoadjoints positifs ; définis positifs

Définition des endomorphismes autoadjoints positifs ; définis positifs. Notation $S^+(E)$, $S^{++}(E)$.
Définition des matrices symétriques réelles positives ; définies positives. Notation $S_n^+(\mathbf{R})$, $S_n^{++}(\mathbf{R})$.
Caractérisation spectrale :
pour $u \in S(E)$, $u \in S^+(E)$ (resp. $u \in S^{++}(E)$) si et seulement si $\mathrm{Sp}(u) \subset \mathbf{R}_+$ (resp. $\mathrm{Sp}(u) \subset \mathbf{R}_+^*$)

Fonctions à valeurs vectorielles - dérivation

Dérivabilité des fonctions à valeurs vectorielles
Opérations sur les fonctions dérivables
Dérivée de $B(f,g)$ où B est bilinéaire et f et g sont dérivables
Dérivées successives
Formules de Taylor

Fonctions à valeurs vectorielles - intégration

Intégration des fonction à valeurs vectorielles **sur un segment**
Sommes de Riemann
Propriétés de l'intégrale

Suites et séries de fonctions à valeurs vectorielles

Convergence simple ; convergence uniforme ; convergence normale des séries de fonctions

Théorème de continuité d'une suite/ d'une série de fonctions définies sur une partie d'un espace vectoriel de dimension finie et à valeur dans un espace vectoriel de dimension finie (hypothèse de convergence uniforme locale).

Théorème de la double limite

Théorèmes de dérivation et d'intégration des suites et séries de fonctions définies d'un intervalle réel dans un espace vectoriel de dimension finie.