Nom :

Interrogation 2

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

On note a l'endomorphisme canoniquement associé à A.

1. Déterminer les valeurs propres de A. On les notera $\lambda_1 < \lambda_2$.

- Valeur de λ_1 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
- Valeur de λ_2 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

2. Soit $u_1 = (1, y_1, z_1)$ et $u_2 = (1, y_2, z_2)$ tels que $E_{\lambda_1}(a) = \text{Vect}(u_1)$ et $E_{\lambda_2}(a) = \text{Vect}(u_2)$.

- Valeur de y_1 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
- Valeur de z_1 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
- Valeur de y_2 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
- Valeur de z_2 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

3. La matrice A est-elle diagonalisable ?

.... ☐ Oui ☐ Non

4. Déterminer le vecteur $u_3 = (x_3, y_3, 1)$ tel que $(a - 2\text{id})(u_3) = (1, 2, 1)$.

- Valeur de x_3 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
- Valeur de y_3 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

5. On admet que (u_1, u_2, u_3) est une base de $\mathbb{R}^3$. Donner la matrice a dans cette base

.... ☐ bonne ☐ mauvaise

Bonus : On considère $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ trois formes linéaires définies sur $\mathbb{R}^3$ par

$$\varphi_1 : (x, y, z) \mapsto x + y - z \ ; \quad \varphi_2 : (x, y, z) \mapsto z \ ; \quad \varphi_3 : (x, y, z) \mapsto 2x + y$$

Vérifier que $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ est une base de $(\mathbb{R}^3)^*$ et déterminer une base (w_1, w_2, w_3) de $\mathbb{R}^3$ dont la base duale est $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$.

.... ☐ 1 ☐ 2 ☐ 4